**Επαλήθευση:**

Πράγματι, στον αριστερό δίσκο της ζυγαριάς υπάρχουν $3 \cdot 200 + 200 = 600 + 200 = 800$ γραμμάρια και στο δεύτερο δίσκο υπάρχουν $200 + 600 = 800$ γραμμάρια. Δηλαδή, η ζυγαριά ισορροπεί.

Στην παραπάνω λύση της εξίσωσης $3x + 200 = x + 600$ «απομονώσαμε» το x στο πρώτο μέλος της εξίσωσης, προσθέτοντας ή αφαιρώντας και στα δύο μέλη τον ίδιο αριθμό. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει πιο γρήγορα με τη βοήθεια του εξής πρακτικού κανόνα:

Σε μία εξίσωση μπορούμε να «**μεταφέρουμε**» όρους από το ένα μέλος στο άλλο, **αλλάζοντας το πρόσημό τους**.

Δηλαδή: $3x + 200 = x + 600$ ← *Μεταφέρουμε το $+x$ στο πρώτο μέλος, οπότε γίνεται $-x$. Επίσης, μεταφέρουμε το $+200$ στο δεύτερο μέλος, οπότε γίνεται -200 .*

$$3x - x = 600 - 200$$

$$2x = 400$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{400}{2}$$

Άρα $x = 200$ ← *Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.*

← *Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου και απλοποιούμε τα κλάσματα.*

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Να λυθεί η εξίσωση: $2(x-1) + 3(2-x) = 4(x+2)$.

Λύση: Έχουμε διαδοχικά:

$$2x - 2 + 6 - 3x = 4x + 8$$
 ← *Κάνουμε τις πράξεις (επιμεριστική ιδιότητα)*

$$2x - 3x - 4x = 8 + 2 - 6$$
 ← *Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους*

$$-5x = 4$$
 ← *Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων*

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{4}{-5}$$
 ← *Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου*

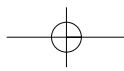
Άρα $x = -\frac{4}{5}$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{y+1}{2} + y = \frac{2y+3}{3} + 2$.

Λύση: Σε αυτή την εξίσωση έχουμε και παρονομαστές.

Μπορούμε, όμως, να πάρουμε μια εξίσωση χωρίς παρονομαστές, αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με ένα κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 2 και 3. Συνήθως χρησιμοποιούμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο, το οποίο εδώ είναι το 6. **Η διαδικασία αυτή λέγεται απαλοιφή παρονομαστών.**



$$6 \left(\frac{y+1}{2} + y \right) = 6 \left(\frac{2y+3}{3} + 2 \right) \quad \leftarrow \text{Αφαλοιφή παρονομαστών: πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 6}$$

$$6 \frac{y+1}{2} + 6y = 6 \frac{2y+3}{3} + 6 \cdot 2 \quad \leftarrow \text{Κάνουμε τις πράξεις (επιμεριστική ιδιότητα)}$$

$$3(y+1) + 6y = 2(2y+3) + 12 \quad \leftarrow \text{Απλοποιούμε τα κλάσματα}$$

$$3y + 3 + 6y = 4y + 6 + 12 \quad \leftarrow \text{Κάνουμε τις πράξεις (επιμεριστική ιδιότητα)}$$

$$3y + 6y - 4y = 6 + 12 - 3 \quad \leftarrow \text{Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους}$$

$$5y = 15 \quad \leftarrow \text{Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων}$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{15}{5} \quad \leftarrow \text{Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου}$$

$$\text{Άρα } y = 3$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Να λυθεί η εξίσωση: $2(3-x) + 4(x-1) = 2x + 5$.

Λύση: Έχουμε διαδοχικά:

$$6 - 2x + 4x - 4 = 2x + 5$$

$$-2x + 4x - 2x = 5 - 6 + 4$$

$$0x = 3$$

Στην περίπτωση αυτή, δε μπορούμε να λύσουμε ως προς x διαιρώντας με το συντελεστή του αγνώστου, γιατί, όπως γνωρίζουμε, δε γίνεται διαίρεση με το 0.

Παρατηρούμε, όμως, ότι για κάθε τιμή του x, το πρώτο μέλος της εξίσωσης ισούται πάντα με 0, οπότε δε μπορεί να είναι ίσο με 3. Επομένως, η εξίσωση αυτή δεν έχει καμία λύση. Μια τέτοια εξίσωση λέγεται **αδύνατη**.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3}{5} - \frac{2x+1}{10} = \frac{5-2x}{10}$.

Λύση: Έχουμε διαδοχικά:

$$10 \frac{3}{5} - 10 \frac{2x+1}{10} = 10 \frac{5-2x}{10} \quad \leftarrow \text{Αφαλοιφή παρονομαστών: πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 10}$$

$$2 \cdot 3 - (2x+1) = 5 - 2x \quad \leftarrow \text{Απλοποιούμε τα κλάσματα}$$

$$6 - 2x - 1 = 5 - 2x \quad \leftarrow \text{Κάνουμε τις πράξεις (επιμεριστική ιδιότητα)}$$

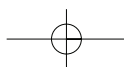
$$-2x + 2x = 5 - 6 + 1 \quad \leftarrow \text{Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους}$$

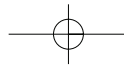
$$0x = 0 \quad \leftarrow \text{Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων}$$

Στην περίπτωση αυτή επίσης, δε μπορούμε να λύσουμε ως προς x διαιρώντας με το συντελεστή του αγνώστου, γιατί όπως γνωρίζουμε, δε γίνεται διαίρεση με το 0.

Παρατηρούμε όμως, ότι η εξίσωση $0x = 0$ επαληθεύεται για όλες τις τιμές του x.

Για παράδειγμα: $0 \cdot 2 = 0$, $0 \cdot 3 = 0$, $0 \cdot (-7) = 0$ κ.τ.λ. Δηλαδή, κάθε αριθμός είναι λύση της εξίσωσης. Μια τέτοια εξίσωση λέγεται **ταυτότητα**.





ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Στις παρακάτω ισότητες να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει:

α) $5 + \dots = 35$ β) $5 \cdot \dots = 35$ γ) $127 - \dots = 103$
 δ) $32 - \dots = 35$ ε) $14 + \dots = 5$ στ) $2 \cdot \dots + 3 = 17$

2. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- α) Η εξίσωση $2x = 6$ έχει λύση τον αριθμό 3.
 β) Η εξίσωση $5x + x = x$ είναι ταυτότητα.
 γ) Οι εξισώσεις $x + 1 = 5$ και $-x + 5 = 1$ έχουν λύση τον ίδιο αριθμό.
 δ) Η εξίσωση $3x = 0$ είναι ταυτότητα.
 ε) Η εξίσωση $0 \cdot x = 0$ είναι αδύνατη.

ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της στήλης Α με τη λύση της στη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α) $-2x = 4$	i) -8
β) $3x = -9$	ii) 3
γ) $\frac{1}{2}x = -4$	iii) -2
δ) $2x = 3 + x$	iv) -3



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να εξετάσετε αν ο αριθμός που δίνεται είναι η λύση της εξίσωσης:

α) $-2x + 3 = 21$ $x = -7$
 β) $3x + 5 = 7,5$ $x = 0,5$
 γ) $-3x + 4 = 7x - 6$ $x = 1$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2x + 21 = 4 + x - 5$
 β) $-9 + 7y + y = 1 - 2y$
 γ) $3t - 3(t + 1) = t + 2(t + 1) + 1$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4(2x + 1) - 6(x - 1) = 3(x + 2)$
 β) $3(y + 1) + 2(y - 4) = 2y - (y - 6)$
 γ) $6(\omega + 2) + 3 = 3 - 2(\omega - 4)$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{2x + 3}{2} = \frac{3x - 5}{4}$
 β) $\frac{7x - 6}{3} = \frac{5x + 2}{4}$
 γ) $\frac{2(x - 1) - 2}{2} = \frac{1 - 3x}{4}$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{x + 4}{5} - \frac{x - 4}{3} = \frac{1 - 3x}{15} - 2$

β) $\frac{y - 1}{3} - \frac{2y + 7}{6} = y + \frac{1 - 3y}{2}$

γ) $\frac{1}{4}(\omega + 4) - 7 = (1 - \omega)\frac{1}{7} + \frac{\omega - 23}{4}$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3x - \left(\frac{2x}{3} - 5\right) = 6 - \left(\frac{x}{3} - 2\right)$

β) $5 - \left(\frac{t + 1}{2} + \frac{1 + 2t}{3}\right) = 12 - \left(t - \frac{t + 5}{6}\right)$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{1 + x}{2} = \frac{1}{3}$ β) $\frac{2t - \frac{1}{3}}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{t}{2}}{2 - \frac{1}{2}}$

8. Για ποια τιμή του x είναι $A = B$;

α) αν $A = 5x - 3$, $B = 12 - 2x$
 β) αν $A = 2(x - 1) + \frac{3}{2}$, $B = 6 + \frac{x}{3}$

9. Δίνεται η εξίσωση:

$$\mu(x + 6) - 2 = (2\mu - 1)x + 2$$

α) Αν $\mu = 2$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει λύση $x = 8$.

β) Αν η εξίσωση έχει λύση $x = 7$, να αποδείξετε ότι $\mu = 3$.

γ) Αν $\mu = 1$, να λύσετε την εξίσωση.

